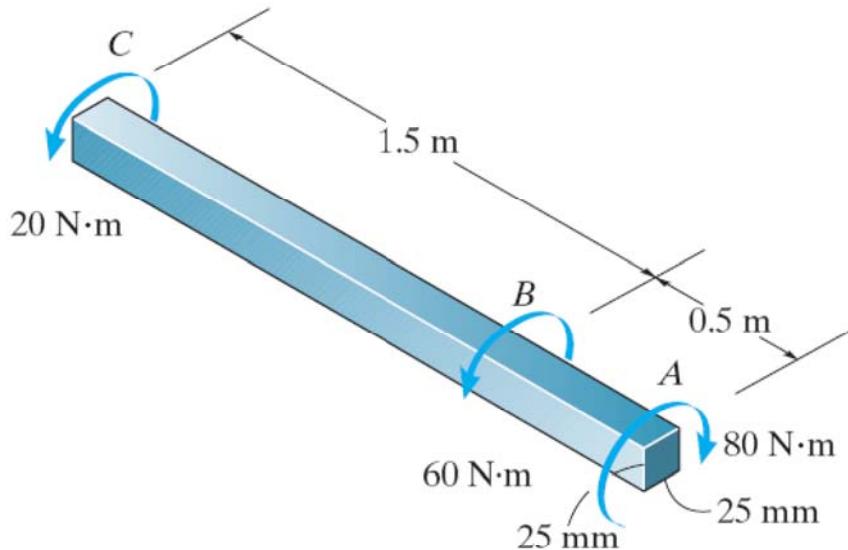


## Uvijanje neokruglih i tankostjenih vratila

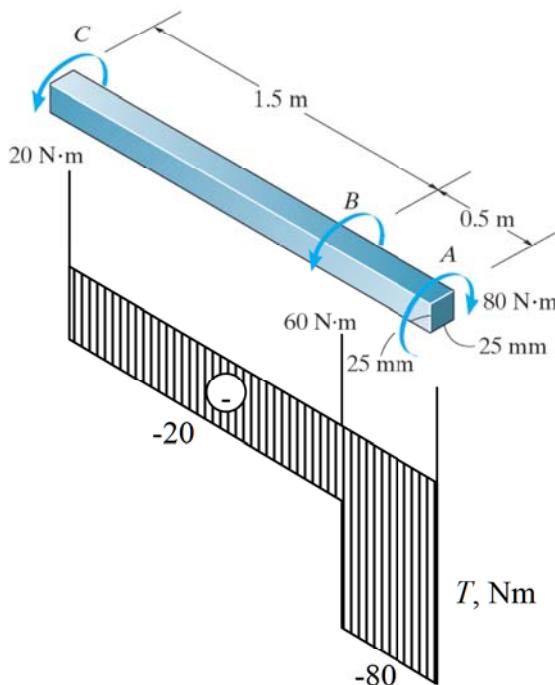
### ZADACI

1. Vratilo, izrađeno od aluminijuma ( $G=26 \text{ GPa}$ ), je kvadratnog poprečnog presjeka, dimenzija 25 mm x 25 mm. Dužina vratila je 2m. Odrediti maksimalan napon uvijanja u vratilu i relativan ugao uvijanja jednog kraja vratila prema drugom.



*Rješenje:*

Dijagram momenta uvijanja vratila prikazan je slikom:



Maksimalan momenat uvijanja vratila djeluje u segmentu BA:

$$T_{\max} = 80 \text{ Nm}$$

Maksimalan tangencijalni napon uvijanja vratila dobiva se na osnovu formule:

$$\tau_{\max} = \frac{4,81 \cdot T_{\max}}{a^3} = \frac{4,81 \cdot 80 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{(25\text{mm})^3} = 24,63 \text{ MPa}$$

Ugao uvijanja vratila je:

$$\theta_{A/C} = \theta_{B/C} + \theta_{A/B}$$

$$\theta_{A/C} = \frac{7,10 T_{CB} l_{CB}}{a^4 G} + \frac{7,10 T_{BA} l_{BA}}{a^4 G}$$

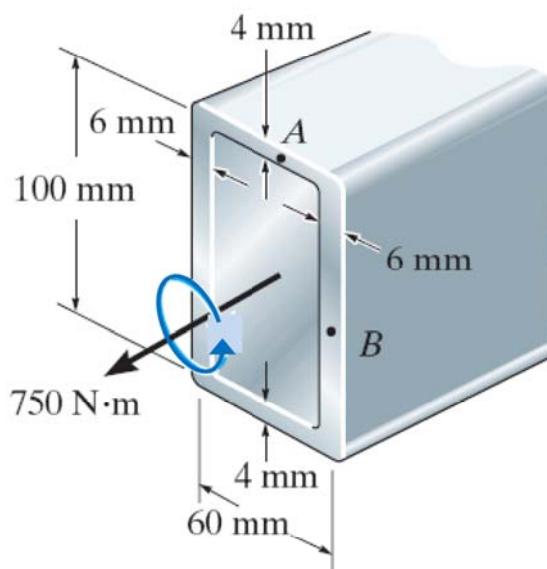
$$\theta_{A/C} = \frac{7,10}{(25\text{mm})^4 26 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} (-20 \cdot 10^3 \cdot 1500 - 80 \cdot 10^3 \cdot 500) \text{ Nmm}$$

$$\theta_{A/C} = -0,049 \text{ rad} = 2,8^\circ$$

TABLE 5-1

Shape of cross section	$\tau_{\max}$	$\phi$
Square	$\frac{4,81 T}{a^3}$	$\frac{7,10 TL}{a^4 G}$
Equilateral triangle	$\frac{20 T}{a^3}$	$\frac{46 TL}{a^4 G}$
Ellipse	$\frac{2 T}{\pi a b^2}$	$\frac{(a^2 + b^2) TL}{\pi a^3 b^3 G}$

2. Vratilo, poprečnog presjeka prikazanog na slici, izloženo je djelovanju momenta uvijanja od 750 Nm. Odrediti srednji tangencijalni napon u tačkama A i B.



*Rješenje:*

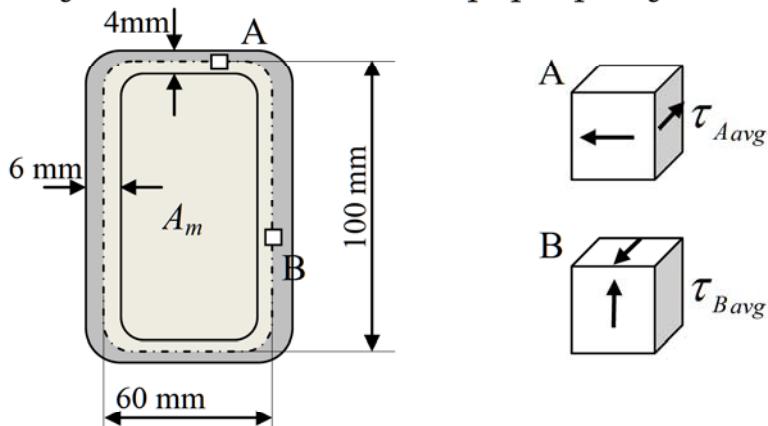
Srednja vrijednost tangencijalnog napona koji se javlja u tački za određenu debljinu stijenke računa se po formuli:

$$\tau_{avg} = \frac{T}{2tA_m}$$

$T$  - momenat uvijanja u poprečnom presjeku

$t$  - debljina stijenke vratila na mjestu gdje se računa  $\tau_{avg}$

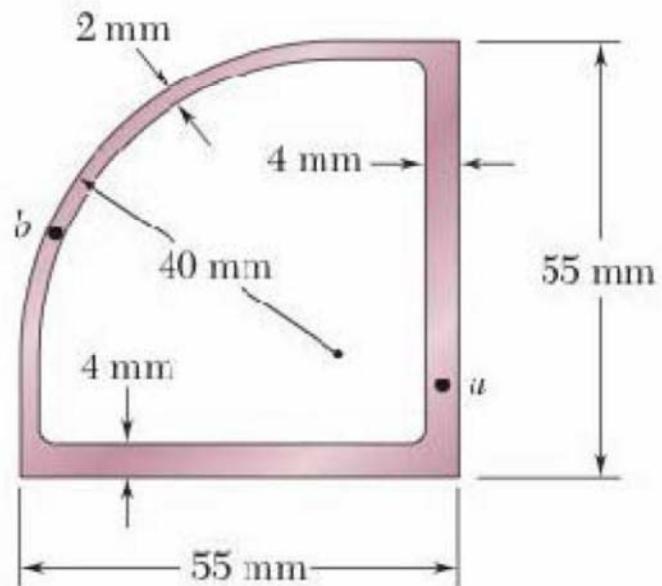
$A_m$  – površina unutar granice koju čini centralna linija stijenke vratila u datom popr. presjeku



$$\tau_{A\ avg} = \frac{T}{2t_A A_m} = \frac{750 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{2 \cdot 4\text{mm} \cdot 6000\text{mm}^2} = 15,6 \text{ MPa}$$

$$\tau_{B\ avg} = \frac{T}{2t_B A_m} = \frac{750 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{2 \cdot 6\text{mm} \cdot 6000\text{mm}^2} = 10,4 \text{ MPa}$$

Šuplje vratilo prikazanog poprečnog presjeka je izloženo momentu uvijanja intenziteta  $T = 90 \text{ Nm}$ . Izračunati tangentne napone uslijed uvijanja u tačkama a i b. Zanemariti koncentraciju napona.



Površina unutar centralne linije stjenke

$$A_m = \frac{1}{4} 39^2 \pi + 52 \cdot 13 + 13 \cdot 39 = 2377,591 \text{ mm}^2$$

Napon u tački A

$$\tau_A = \frac{T}{2t_A A_m} = \frac{90 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot 2377,591} = 4,732 \text{ [MPa]}$$

Napon u tački B

$$\tau_B = \frac{T}{2t_B A_m} = \frac{90 \cdot 10^3}{2 \cdot 2 \cdot 2377,591} = 9,463 \text{ [MPa]}$$