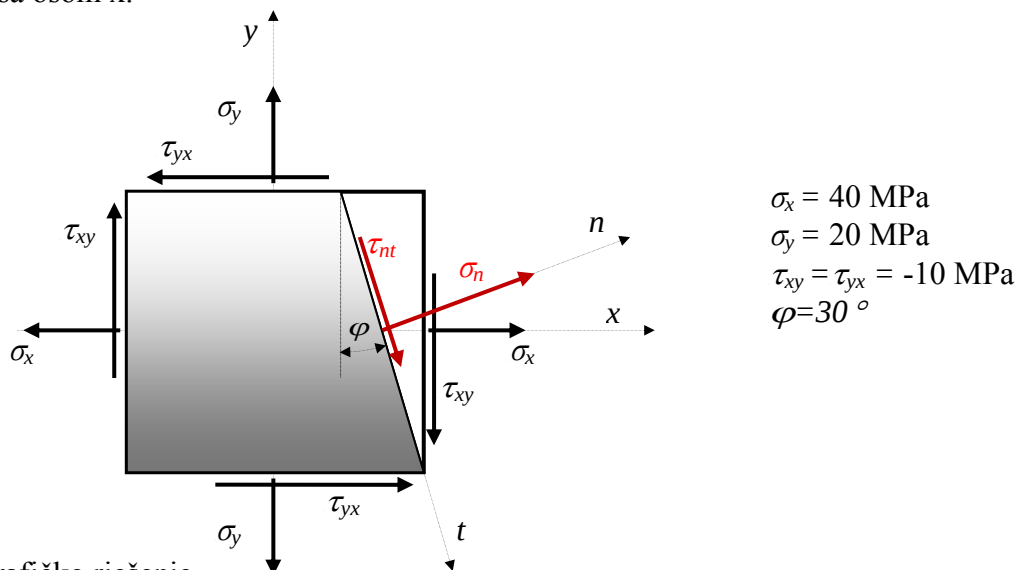


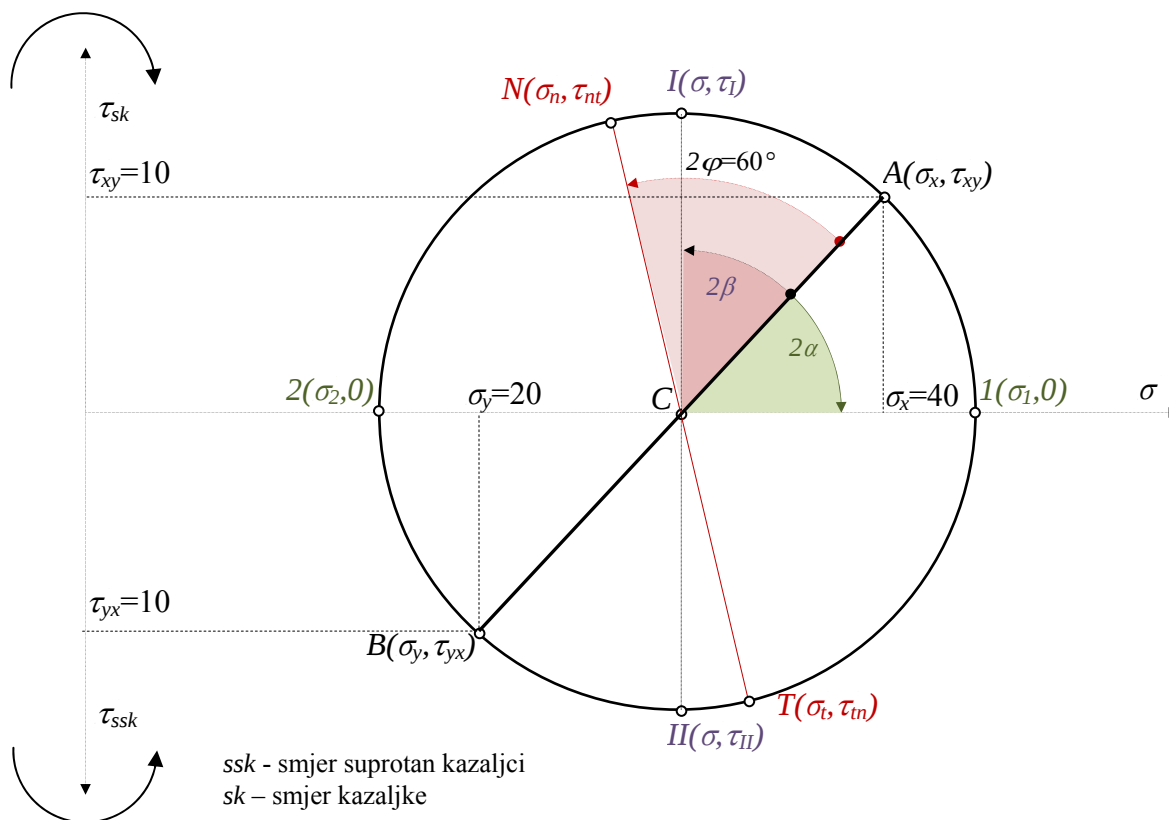
RAVNO STANJE NAPONA

ZADATAK 1.

Na slici je dato stanje napona elementa izloženog opštem ravnom stanju napona. Grafički i analitički odrediti intenzitet i pravce glavnih normalnih napona i glavnih tangencijalnih napona, kao i komponente napona u zadatom kosom presjeku, čija normala zatvara ugao od 30° sa osom x.



a) Grafičko rješenje



Za konstrukciju Morovog kruga, prvo se u odgovarajućoj razmjeri ucrtaju tačke A i B. Tačka u kojoj duž AB siječe horizontalnu osu, je centar Morovog kruga. Tačke kružnice na horizontalnoj osi predstavljaju koordinate glavnih normalnih napona, a na vertikalnoj osi, koja prolazi kroz centar, predstavljaju koordinate glavnih tangencijalnih napona. Uglovi u Morovom krugu su dvostruki uglovi.

$$\sigma_1 = 45 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 16 \text{ MPa}$$

$$\tau_I = \tau_{II} = 14 \text{ MPa}$$

$$\sigma = 30 \text{ MPa}$$

$$2\alpha = -45^\circ \Rightarrow \alpha = -22,5^\circ$$

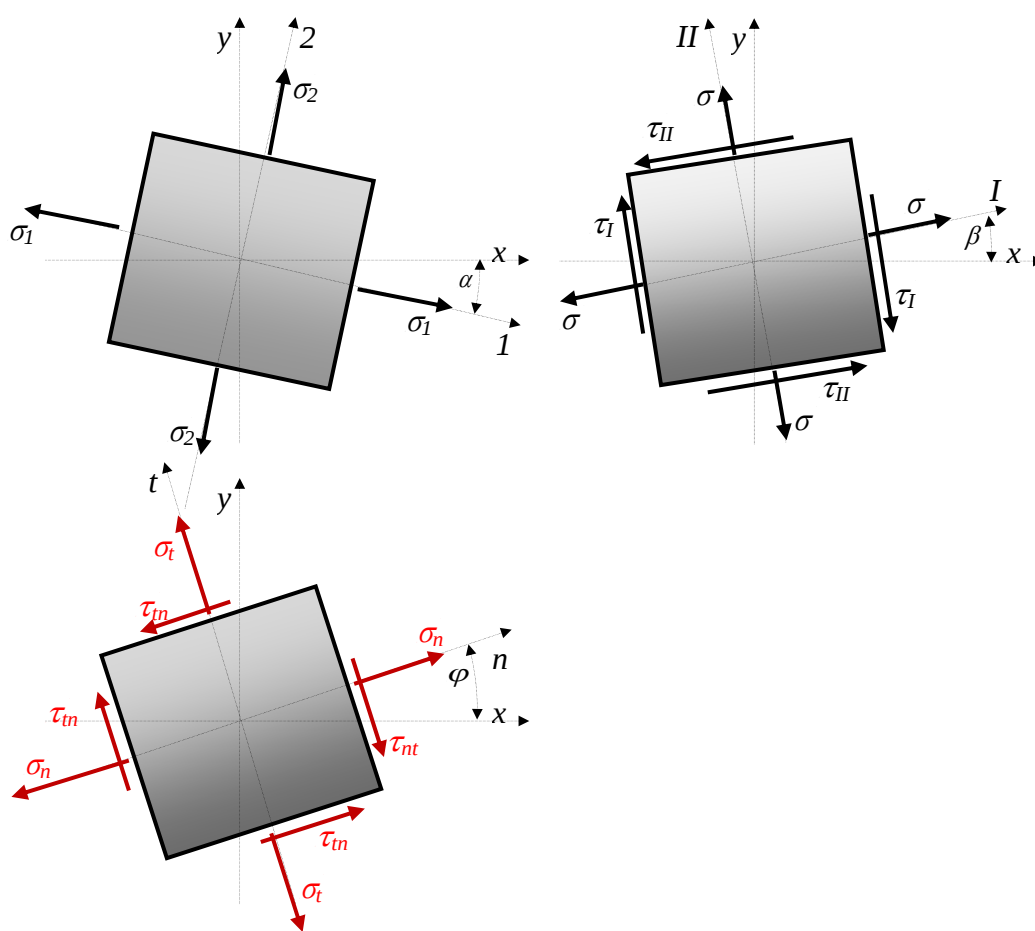
$$2\beta = 45^\circ \Rightarrow \beta = 22,5^\circ$$

$$\sigma_n = 26 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t = 33 \text{ MPa}$$

$$\tau_{nt} = 14 \text{ MPa}$$

Položaji elementa sa glavnim normalnim naponima, glavnim tangencijalnim naponima i naponima na stanicama elementa zarotiranog za $\varphi=30^\circ$, prikazani su sljedećim slikama:



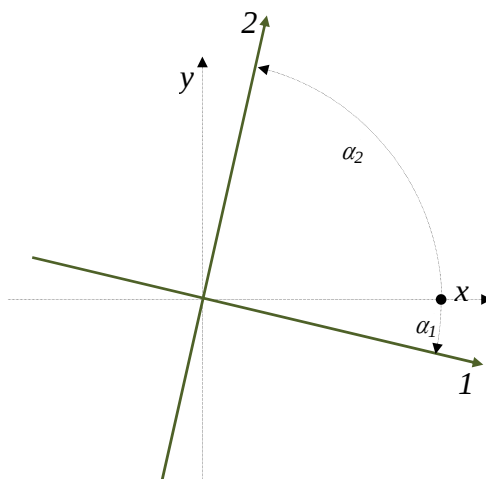
b) Analitičko rješenje

Glavni normalni naponi

$$\begin{aligned}\sigma_{1,2} &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ &= \frac{1}{2}(40 + 20) \pm \sqrt{\left(\frac{40 - 20}{2}\right)^2 + (-10)^2} \\ \sigma_1 &= 44,1 \text{ MPa} \\ \sigma_2 &= 15,85 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Položaj glavnih normalnih napona

$$\begin{aligned}\tan 2\alpha &= \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \cdot (-10)}{40 - 20} = -1 \\ 2\alpha &= -45^\circ \\ \alpha &= -22,5^\circ \\ \sigma_x > \sigma_y &\Rightarrow \alpha_1 = -22,5^\circ \\ \alpha < 0^\circ &\Rightarrow \alpha_2 = -22,5^\circ + 90^\circ = 67,5^\circ\end{aligned}$$



Glavni tangencijalni naponi

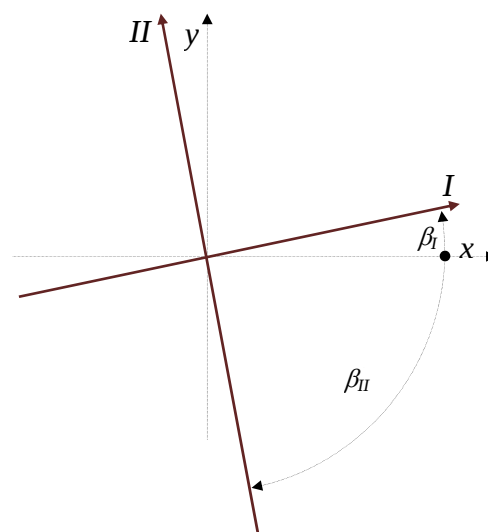
$$\begin{aligned}\tau_{I,II} &= \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \\ &= \pm \sqrt{\left(\frac{40 - 20}{2}\right)^2 + (-10)^2} \\ \tau_I &= 14,1 \text{ MPa} \\ \tau_{II} &= -14,1 \text{ MPa}\end{aligned}$$

Položaj glavnih tangencijalnih pravaca

$$\begin{aligned}\beta_I &= \alpha_1 + 45^\circ = -22,5^\circ + 45^\circ = 22,5^\circ \\ \beta_{II} &= \alpha_2 - 45^\circ = -22,5^\circ - 45^\circ = -67,5^\circ\end{aligned}$$

Vrijednost normalnih napona na glavnim tangencijalnim ravnima

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2}(40 + 20) = 30 \text{ MPa}$$



Naponi na stranicama elementa zarotiranog za $\varphi=30^\circ$

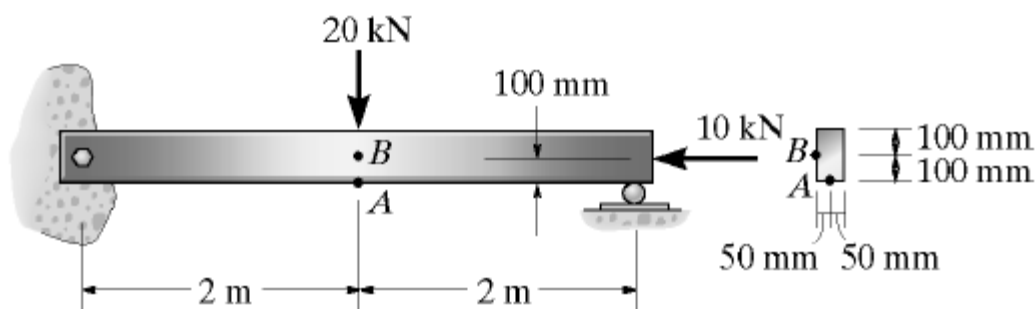
$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta) = 26,34 \text{ MPa}$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) - \tau_{xy} \sin(2\theta) = 33,66 \text{ MPa}$$

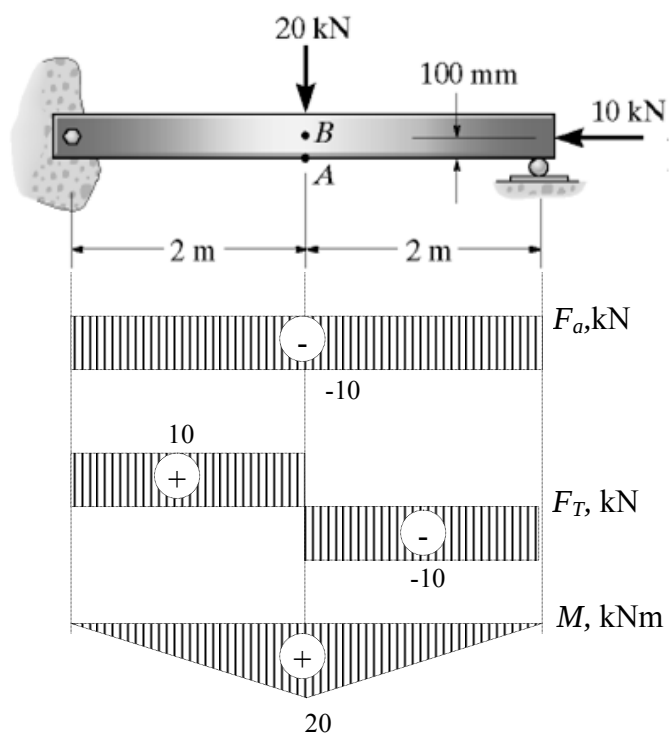
$$\tau_{nt} = \tau_{tn} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\theta) + \tau_{xy} \cos(2\theta) = -13,66 \text{ MPa}$$

ZADATAK 2.

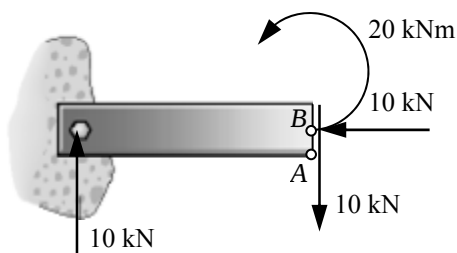
Greda ima pravougaoni poprečni presjek i na nju djeluju prikazana opterećenja. Odrediti glavne normalne napone u tačkama A i B, koje se nalaze u ravni neposredno ispred opterećenja od 20 kN. Rezultate prikazati na kvadratnim elementima u ovim tačkama.



Ravan sa tačkama A i B opterećena je aksijalnom silom pritiska $F_a=10$ kN, momentom savijanja $M=20$ kNm i silom smicanja tj. poprečnom transferzalnom silom $F_T=10$ kN. Statički dijagrami su dati slikom:



Unutrašnje sile i moment savijanja u ravni sa tačkama A i B prikazane su slikom:



Normalni napon u tački B je:

$$\sigma_B = -\frac{F_a}{A} = -\frac{10\text{kN}}{200\text{cm}^2} = -0,05 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = -0,5\text{MPa}$$

Normalni napon u tački A je:

$$\sigma_A = -\frac{F_a}{A} + \frac{M}{W_x} = -\frac{10\text{kN}}{200\text{cm}^2} + \frac{2000\text{kNcm}}{666,67\text{cm}^3} = -0,05 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} + 2,99 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 2,95 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 29,5\text{MPa}$$

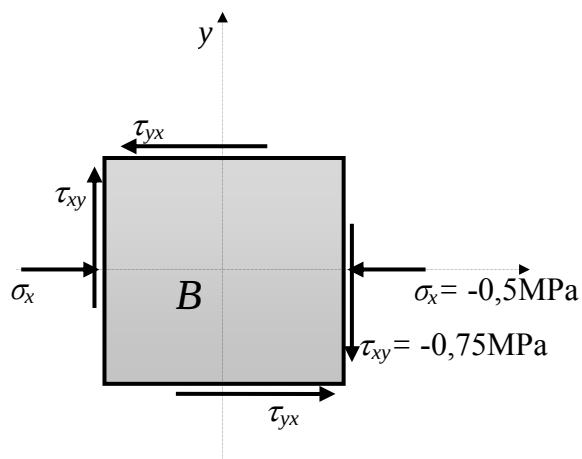
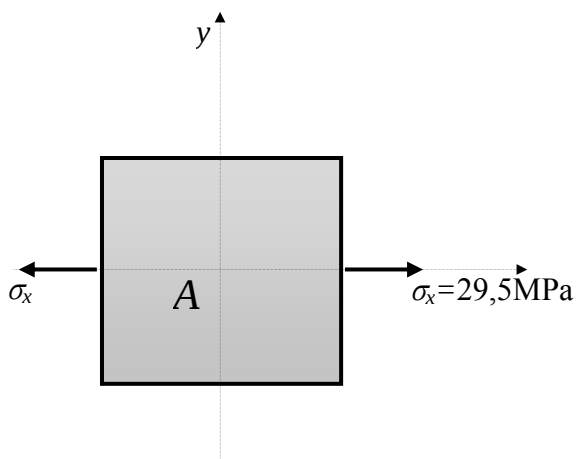
Tangencijalni napon u tački B je:

$$\tau_B = \frac{F_T \cdot S_x}{I_x \cdot b} = \frac{10\text{kN} \cdot 500\text{cm}^3}{6666,67\text{cm}^4 \cdot 10\text{cm}} = 0,075 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 0,75\text{MPa}$$

Tangencijalni napon u tački A jednak je nuli:

$$\tau_A = 0$$

Naponska stanja u tačkama A i B možemo prikazati kvadratnim elementima:



U tački A napon σ_x je ujedno i glavni napon σ_I .

Ostaje da se nađu glavni normalni naponi u tački B i njihovi pravci djelovanja:

$$\sigma_{B1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \frac{1}{2}(-0,5 + 0) \pm \sqrt{\left(\frac{-0,5}{2}\right)^2 + (-0,75)^2}$$

$$\sigma_{B2} = -1,04 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{B1} = 0,541 \text{ MPa}$$

Pravci djelovanja:

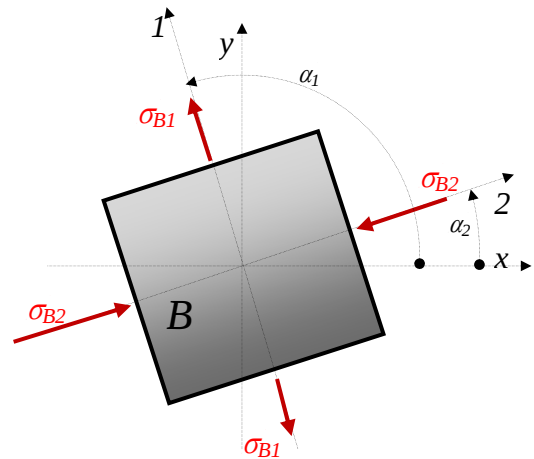
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{2 \cdot (-0,75)}{-0,5 - 0} = 3$$

$$2\alpha = 71,56^\circ$$

$$\alpha = 35,78^\circ$$

$$\sigma_x < \sigma_y \Rightarrow \alpha_1 = 35,78^\circ + 90^\circ = 125,78^\circ$$

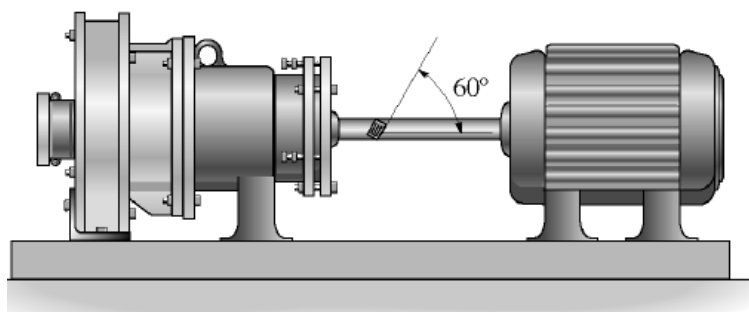
$$\alpha > 0^\circ \Rightarrow \alpha_2 = 35,78^\circ$$



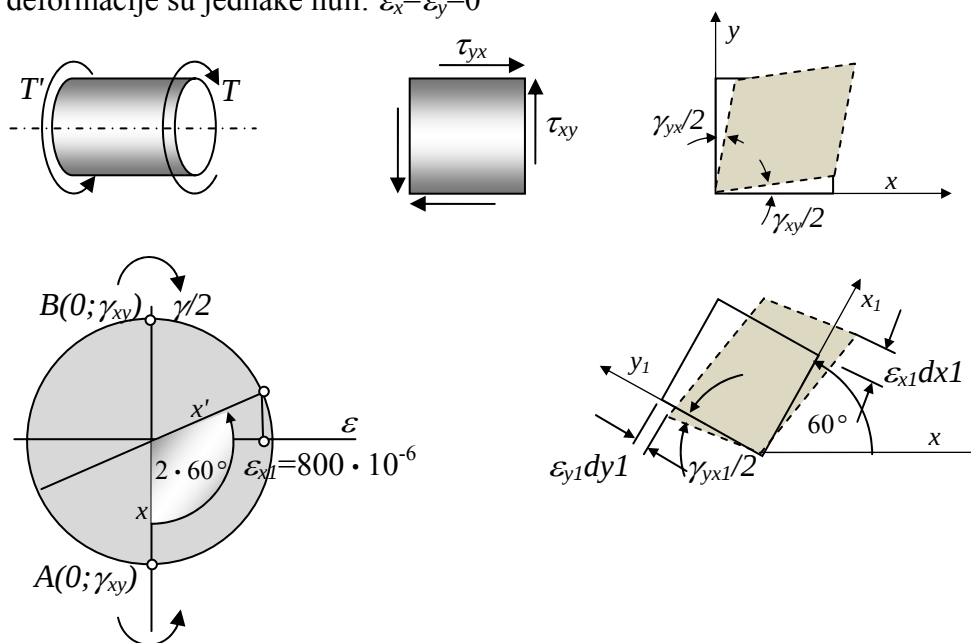
RAVNO STANJE DEFORMACIJA

ZADATAK 1.

Mjerna traka je pričvršćena na čeličnom vratilu prečnika 26 mm, pod uglom 60° prema osi x . Kada vratilo rotira sa $n=1760\text{obr/min}$, koristeći klizni prsten očitavanje mjerne trake pokazuje deformaciju $\varepsilon_{x1}=800 \cdot 10^{-6}$. Odrediti snagu motora. Pretpostaviti da na vratilo djeluje samo momenat uvijanja.



Kod vrtila koje je opterećeno samo na uvijanje, u pravcu ose vrtila i okomito, tj. u pravcu osa x i y , deformacije su jednake nuli: $\varepsilon_x=\varepsilon_y=0$



Linijska deformacija u pravcu ose $x1$ određuje se po formuli:

$$\varepsilon_{x1} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

$$800 \cdot 10^{-6} = 0 + 0 + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 120^\circ$$

$$\gamma_{xy} = 1848 \cdot 10^{-6}$$

Tangencijalni napon uvijanja u vratilu, na osnovu ugaone deformacije γ_{xy} i modula klizanja G je:

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} = 80000 \text{ MPa} \cdot 1,848 \cdot 10^{-3} = 147,84 \text{ MPa}$$

Tangencijalni napon uvijanja u vratilu, preko momenta uvijanja T i polarnog otpornog momenta W_0 je:

$$\tau = \frac{T}{W_0}$$

$$147,84 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \frac{T}{\frac{(26 \text{ mm})^3 \pi}{16}}$$

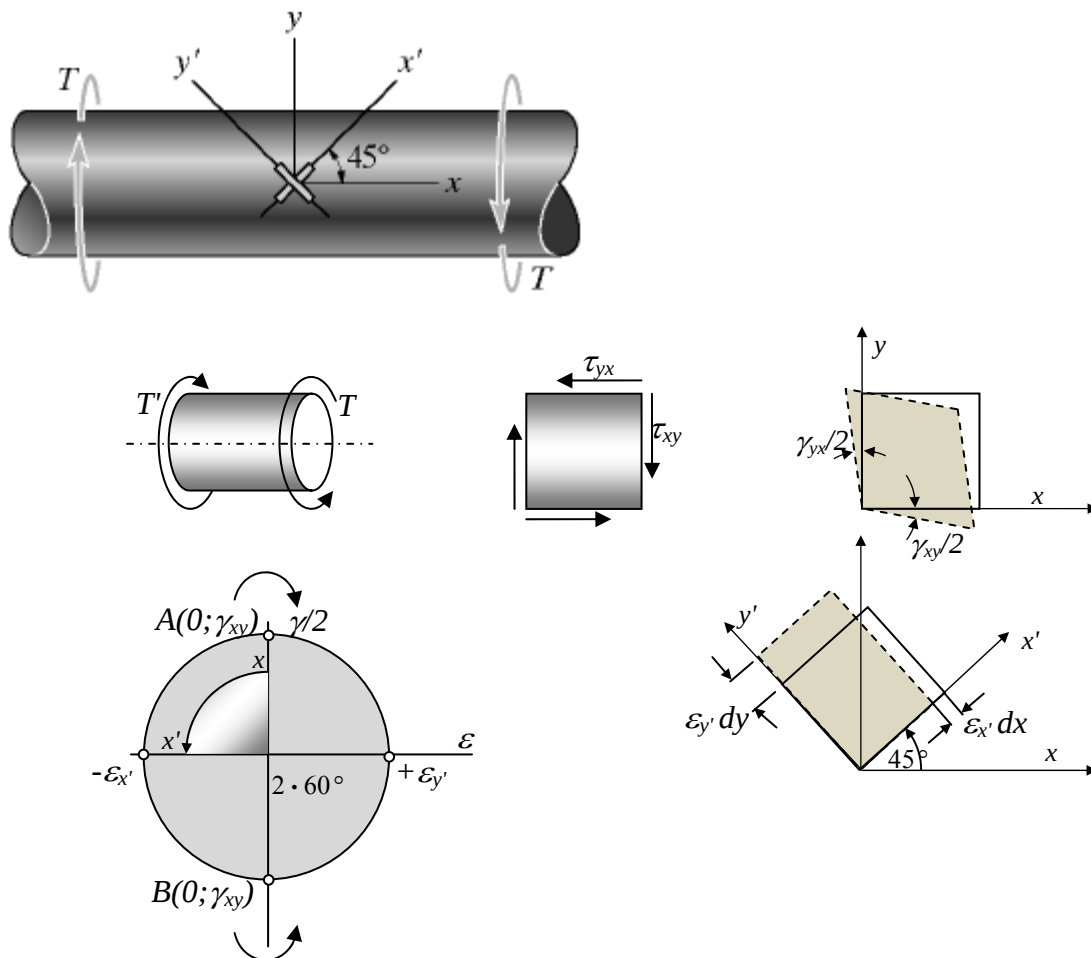
$$T = 510202 \text{ Nmm} = 510,2 \text{ Nm}$$

Snaga motora je:

$$P = T \cdot \omega = 510,2 \text{ Nm} \cdot 1760 \frac{2\pi}{60\text{s}} = 94034 \text{ W} = 94 \text{ kW}$$

ZADATAK 2.

Vratilo ima radijus $r=15 \text{ mm}$ ($d=30 \text{ mm}$) i napravljeno je od alatnog čelika. Odrediti linijske deformacije u x' i y' pravcu, ako na vratilo djeluje momenat uvijanja $T=2 \text{ kNm}$.



Tangencijalni napon je:

$$\tau_{xy} = \frac{T}{W_0} = \frac{200 \text{ kNcm}}{\frac{(3 \text{ cm})^3 \pi}{16}} = -37,73 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Znak "-" je dodan zbog usvojenog dogovora o znaku tangencijalnog napona na stranici A.

Veza između ugaone deformacije i tangencijalnog napona je:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{-37,73 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{7,5 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = -5,03 \cdot 10^{-3}$$

U slučaju čistog uvijanja vrijedi:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$$

Linijska deformacija u pravcu x' je:

$$\varepsilon_{x'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

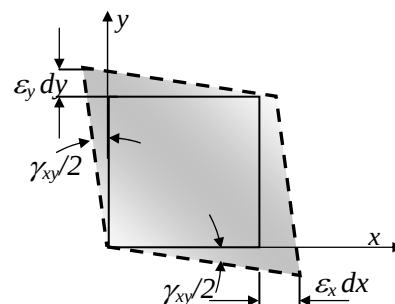
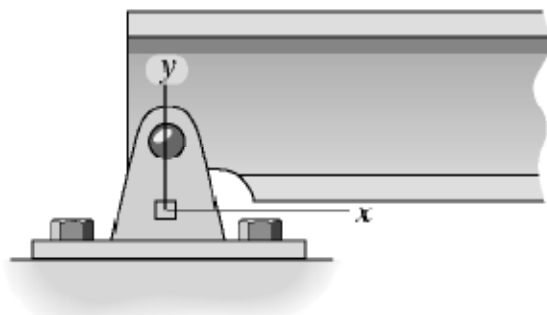
$$\varepsilon_{x'} = \frac{-5,03 \cdot 10^{-3}}{2} \sin 90^\circ = -2,52 \cdot 10^{-3}$$

Deformacija u pravcu y' će biti pozitivna $\varepsilon_{y'} = 2,52 \cdot 10^{-3}$.

ZADATAK 3.

Ravno stanje deformacija vlada u prikazanoj tački zglobnog oslonca. Komponente deformacija su: $\varepsilon_x = 200 \cdot 10^{-6}$, $\varepsilon_y = 180 \cdot 10^{-6}$, $\gamma_{xy} = -300 \cdot 10^{-6}$. Koristeći formule za transformaciju deformacija, naći deformacije na stranicama elementa zarotiranog za -30° .

("-" znači u smjeru kazaljke na satu).



Komponente deformacija za zarotirani kvadratni element su:

$$\varepsilon_{x'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

$$\varepsilon_{x'} = \left[\frac{200 + 180}{2} + \frac{200 - 180}{2} \cos(-60^\circ) + \frac{-300}{2} \sin(-60^\circ) \right] \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{x'} = 325 \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_y' = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

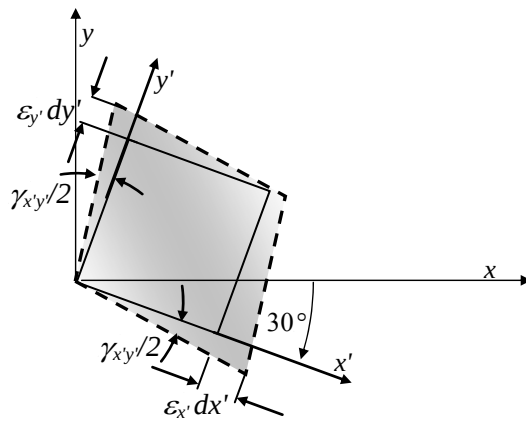
$$\varepsilon_y' = \left[\frac{200+180}{2} - \frac{200-180}{2} \cos(-60^\circ) - \frac{-300}{2} \sin(-60^\circ) \right] \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_y' = 55,1 \cdot 10^{-6}$$

$$\frac{\gamma_{x'y'}}{2} = -\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cos 2\theta$$

$$\frac{\gamma_{x'y'}}{2} = \left[-\frac{200-180}{2} \sin(-60^\circ) + \frac{-300}{2} \cos(-60^\circ) \right] \cdot 10^{-6}$$

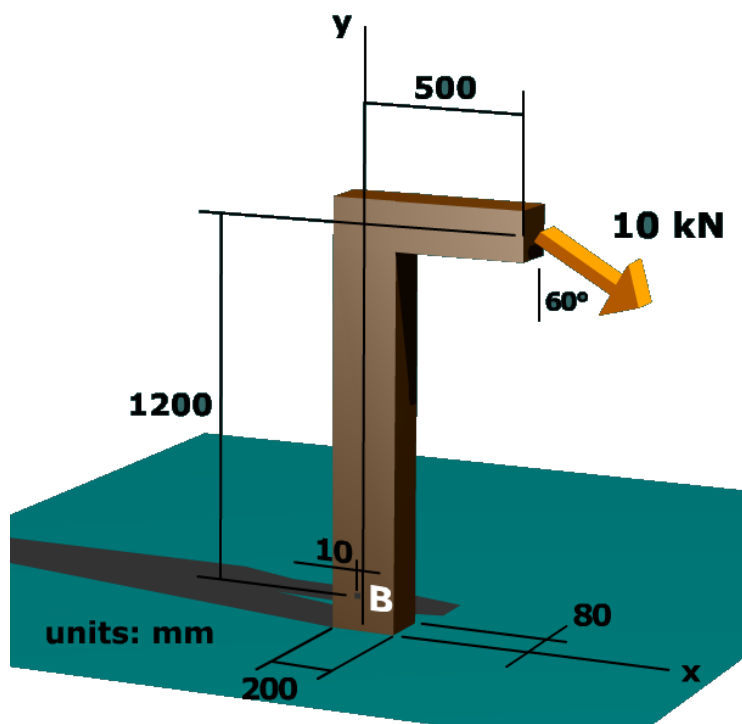
$$\gamma_{x'y'} = -133 \cdot 10^{-6}$$



PRIMJENA RAVNOG STANJA NAPONA

ZADATAK 1. Odrediti napone u tački B u odnosu na ose x i y. Tačka B je na prednjoj strani pravougaonog stuba i udaljena je za 10 mm od podužne ose.

(Zadatak je preuzet sa web stranice <http://web.mst.edu/~mecmovie/index.html>, autora Timothy A. Philpot-a)



Posmatrat će se statička ravnoteža stuba, presječenog preko tačke B.

Na osnovu uslova ravnoteže:

$$\sum X_i = 0$$

$$\sum Y_i = 0$$

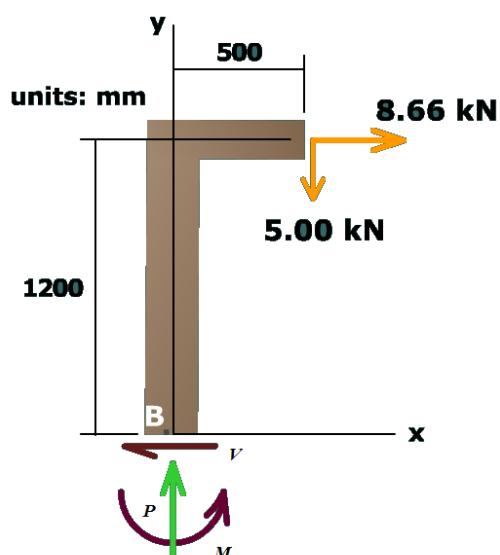
$$\sum M_B = 0$$

odredit će se vrijednosti unutrašnjih sila i momenta savijanja:

$$V = 8,66 \text{ kN}$$

$$P = 5 \text{ kN}$$

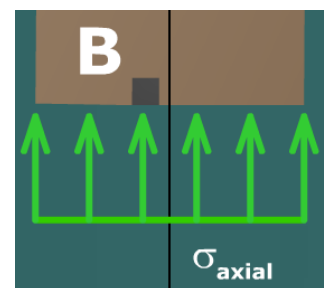
$$M = 12,892 \text{ kNm}$$



Aksijalna sila P izazvat će normalni napon pritiska:

$$\sigma_{axial} = \frac{P}{A} = \frac{5\text{kN}}{8 \cdot 20\text{cm}^2} = -0,03125 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = -0,3\text{MPa}$$

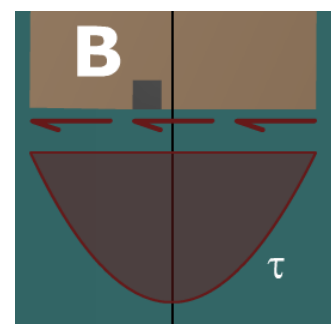
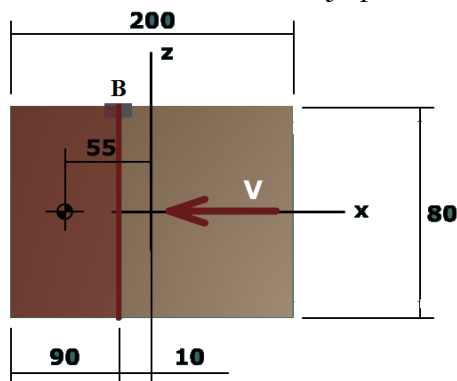
Znak "-" znači da je normalni napon pritiski.



Transferzalna sila V izazvat će tangencijalni napon:

$$\tau = \frac{V \cdot S_z}{I_z \cdot \xi} = \frac{8,66\text{kN} \cdot 396\text{cm}^3}{5333,3\text{cm}^4 \cdot 8\text{cm}} = 0,08 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 0,8\text{MPa}$$

S_z je statički moment površine poprečnog presjeka stuba od vlakna kroz tačku B do kraja profila (suprotno od neutralne ose).



$$S_z = 80 \cdot 90 \cdot 55 = 396000\text{mm}^3 = 396\text{cm}^3$$

I_z je aksijalni momenat inercije za osu z .

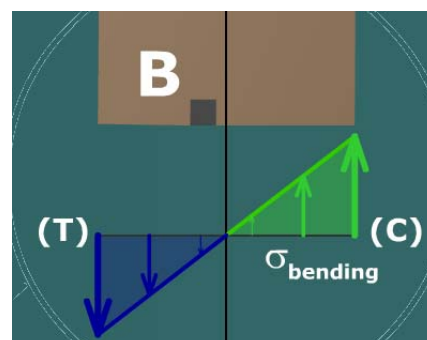
$$I_z = \frac{8 \cdot 20^3}{12} = 5333,3\text{cm}^4$$

ξ je širina vlakna poprečnog presjeka povučena kroz tačku B.

Moment savijanja M izazvat će normalni napon savijanja. Vlakno sa tačkom B bit će u zoni zatezanja.

$$\sigma_{sav} = \frac{M}{I_z} z = \frac{1289,2\text{kNcm}}{5333,3\text{cm}^4} 1\text{cm} = 0,24 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 2,4\text{MPa}$$

z je udaljenost vlakna sa tačkom B od neutralne ose.

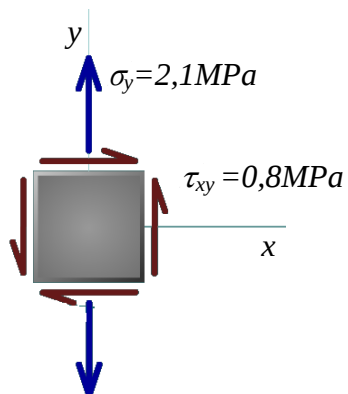


Na elemenat u tački B djelovat će normalni napon u pravcu y ose:

$$\sigma_y = \sigma_{axial} + \sigma_{sav} = -0,3 + 2,4 = 2,1 \text{ MPa}$$

Normalni napon u pravcu ose x bit će jednak nuli.

Na stranicama elementa u tački B djelovat će tangencijalni napon $\tau_{xy} = 0,8 \text{ MPa}$.



Ravno stanje deformacija u tački je dato sa sljedećim komponentama:

$$\varepsilon_x = 250 \cdot 10^{-6}, \varepsilon_y = -150 \cdot 10^{-6}, \gamma_{xy} = 120 \cdot 10^{-6}$$

Odrediti glavne deformacije i maksimalne tangencijalne deformacije i nacrtati pravilno orijentiran element deformacije.

Konstrukcija Morovog kruga deformacija

- Ustanoviti koordinatni sistem tako da apscisa predstavlja normalne deformacije ε , a ordinata pola vrijednosti tangencijalnih deformacija $\gamma/2$ sa pozitivnim smjerom prema dole

- Odrediti centar kruga C koji se nalazi na ε osi na udaljenosti ε_{avg} od ishodišta:

$$\varepsilon_{avg} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \quad \varepsilon_{avg} = \frac{250 + (-150)}{2} 10^{-6} = 50 \cdot 10^{-6}$$

- Nacrtati referentnu tačku A sa koordinatama $A(\varepsilon_x, \gamma_{xy}/2)$

$$A(250 \cdot 10^{-6}, 60 \cdot 10^{-6})$$

- Spojiti tačku A sa centrom kruga C i na osnovu trougla koji se napravi sa ε osom odrediti poluprečnik kruga R te ga opisati oko C .

$$R = \sqrt{(250 - 50)^2 + 60^2} \cdot 10^{-6}$$

$$R = 208,8 \cdot 10^{-6}$$

Glavne deformacije

- Vrijednosti ϵ za tačke B i D u kojim je $\gamma=0$ su vrijednosti glavnih deformacija ϵ_1 i ϵ_2

$$\epsilon_1 = (50 + 208,8) \cdot 10^{-6}$$

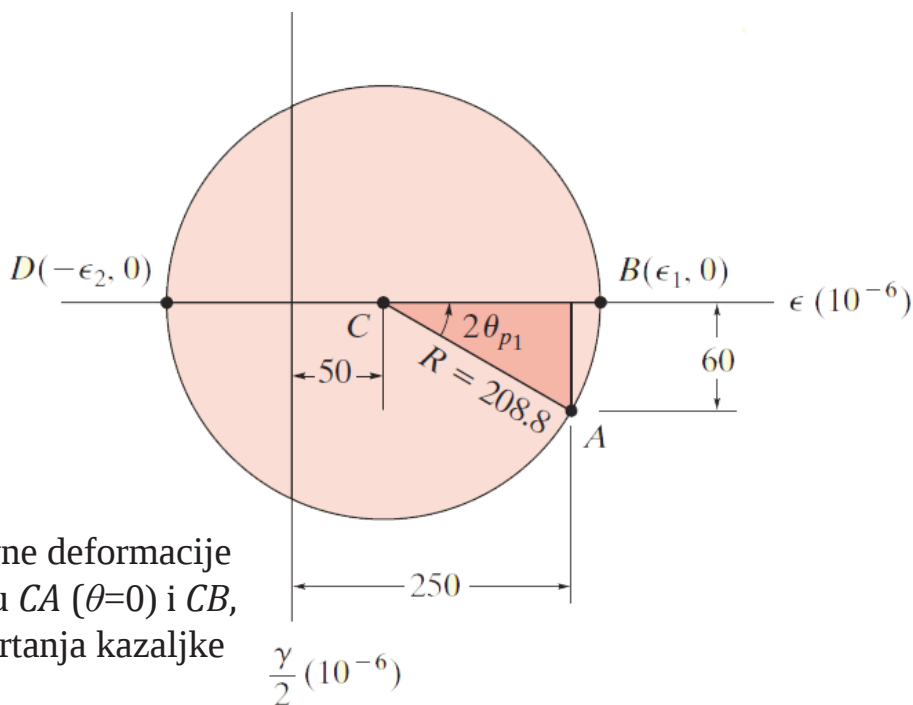
$$\epsilon_2 = (50 - 208,8) \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_1 = 258,8 \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_2 = -158,8 \cdot 10^{-6}$$

- Ugao koji definiše pravac ose glavne deformacije ϵ_1 je pola vrijednosti ugla između CA ($\theta=0$) i CB , mjereno u smjeru suprotnom od obrtanja kazaljke na satu.

$$\operatorname{tg} 2\theta_{p1} = \frac{60}{250 - 50} \quad \theta_{p1} = 8,35^\circ$$



Maksimalni tangencijalna deformacija

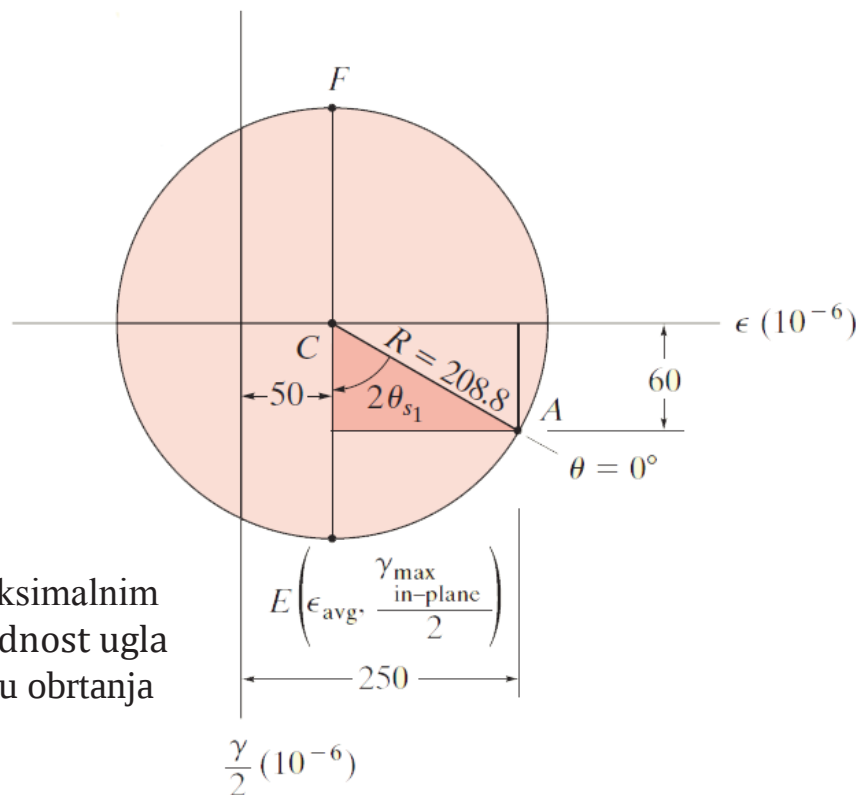
- Vrijednost γ za tačke F ili E u kojim je $\epsilon = \epsilon_{avg}$ je vrijednost maksimalne tangencijalne deformacije γ_{max}

$$\frac{\gamma_{max}}{2} = R \quad \gamma_{max} = 2R$$

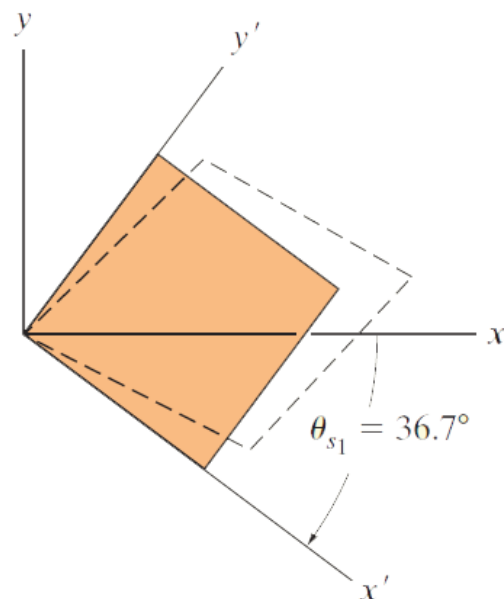
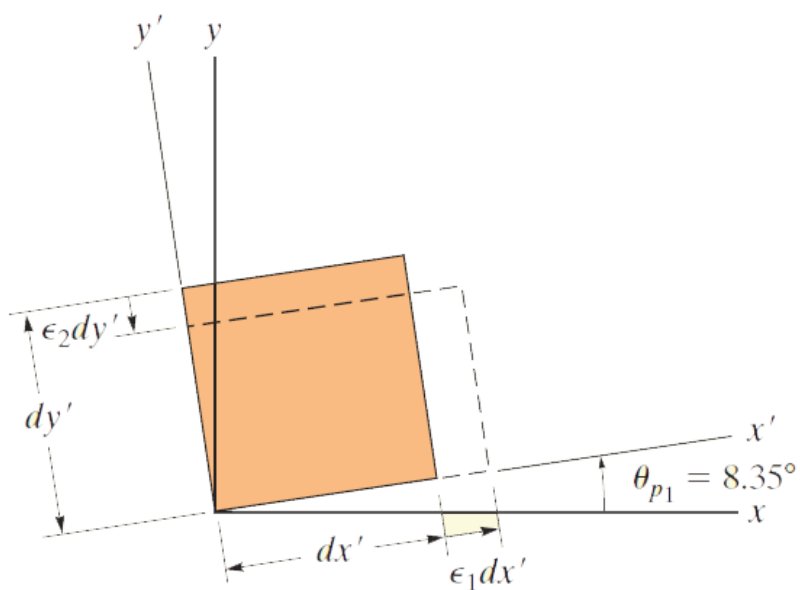
$$\gamma_{max} = 417,6 \cdot 10^{-6}$$

- Ugao koji definiše položaj ravni sa maksimalnim tangencijalnim naponom i ϵ_{avg} je vrijednost ugla između CA ($\theta=0$) i CE , mjereno u smjeru obrtanja kazaljke na satu.

$$2\theta_{s1} = 90^\circ - 2 \cdot 8,35^\circ \quad \theta_{s1} = 36,7^\circ$$



Elementi deformacija



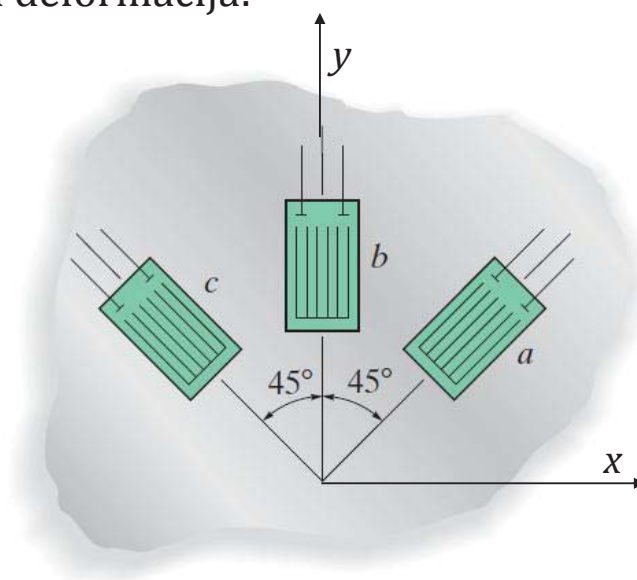
Pomoću rozete sa mjernim trakama prikazanoj na slici su izmjerene sljedeće vrijednosti deformacija:

$$\epsilon_a = 300 \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_b = -250 \cdot 10^{-6}$$

$$\epsilon_c = -450 \cdot 10^{-6}$$

Odrediti ravno stanje deformacija prema zadanom koordinatnom sistemu xy .



$$\theta_a = 45^\circ, \theta_b = 90^\circ \text{ and } \theta_c = 135^\circ$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon_x \cos^2 \theta_a + \varepsilon_y \sin^2 \theta_a + \gamma_{xy} \sin \theta_a \cos \theta_a$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_x \cos^2 \theta_b + \varepsilon_y \sin^2 \theta_b + \gamma_{xy} \sin \theta_b \cos \theta_b$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_x \cos^2 \theta_c + \varepsilon_y \sin^2 \theta_c + \gamma_{xy} \sin \theta_c \cos \theta_c$$

$$300(10^{-6}) = \varepsilon_x \cos^2 45^\circ + \varepsilon_y \sin^2 45^\circ + \gamma_{xy} \sin 45^\circ \cos 45^\circ$$

$$-250(10^{-6}) = \varepsilon_x \cos^2 90^\circ + \varepsilon_y \sin^2 90^\circ + \gamma_{xy} \sin 90^\circ \cos 90^\circ$$

$$-450(10^{-6}) = \varepsilon_x \cos^2 135^\circ + \varepsilon_y \sin^2 135^\circ + \gamma_{xy} \sin 135^\circ \cos 135^\circ$$

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \gamma_{xy} = 600(10^{-6})$$

$$\varepsilon_y = -250(10^{-6})$$

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y - \gamma_{xy} = -900(10^{-6})$$

Rješavanjem jednačina:

$$\varepsilon_x = 100(10^{-6})$$

$$\gamma_{xy} = 750(10^{-6})$$

Mjerna traka je zalijepljena na aluminijsku limenku u pravcu podužne ose. Odnos radijusa i debljine stijenke je 200. Kada se limenka otvori, mjerna traka pokazuje vrijednost $\varepsilon = -170 \cdot 10^{-6}$. Koliki je bio unutrašnji pritisak u limenci.



Rješenje:

Za materijal limenke aluminijum usvojit će se vrijednosti:

$E=80 \text{ GPa}$ i $\nu=0,33$.

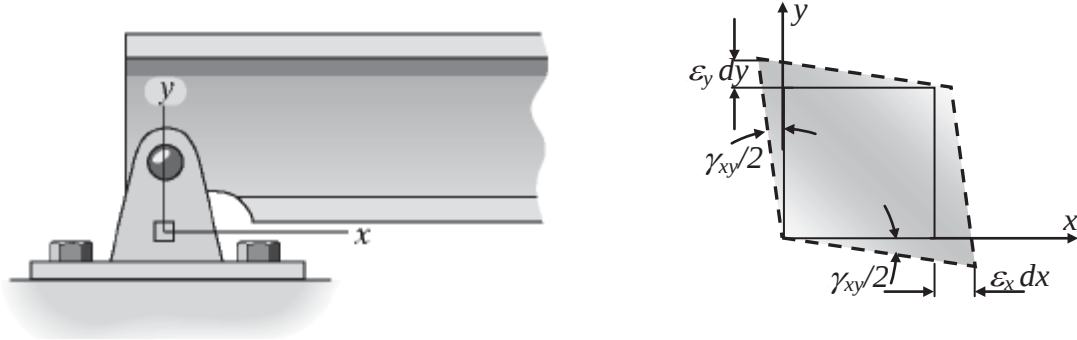
U podužnom pravcu limenke pod dejstvom unutrašnjeg pritiska p javit će se deformacija $\varepsilon_2 = \frac{pr}{2tE}(1-2\nu)$. Negativna vrijednost ove deformacije javlja se nakon otvaranja limenke, tj. prestanka dejstva unutrašnjeg pritiska.

$$\text{Pritisak je jednak: } p = \frac{\varepsilon_2 2tE}{(1-2\nu)r} = \frac{2\varepsilon_2 E}{(1-2\nu)} \frac{r}{t}$$

$$p = \frac{2 \cdot 170 \cdot 10^{-6} \cdot 80 \cdot 10^3}{(1-2 \cdot 0,33) \cdot 200} = 0,4 \text{ MPa}$$

Ravno stanje deformacija vlada u prikazanoj tački zglobnog oslonca. Komponente deformacija su: $\varepsilon_x=200 \cdot 10^{-6}$, $\varepsilon_y=180 \cdot 10^{-6}$, $\gamma_{xy}= -300 \cdot 10^{-6}$. Koristeći formule za transformaciju deformacija, naći deformacije na stranicama elementa zarotiranog za -30° .

("-" znači u smjeru kazaljke na satu).



Rješenje:

Komponente deformacija za zarotirani kvadratni element su:

$$\varepsilon_x' = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

$$\varepsilon_x' = \left[\frac{200+180}{2} + \frac{200-180}{2} \cos(-60^\circ) + \frac{-300}{2} \sin(-60^\circ) \right] \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_x' = 325 \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_y' = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

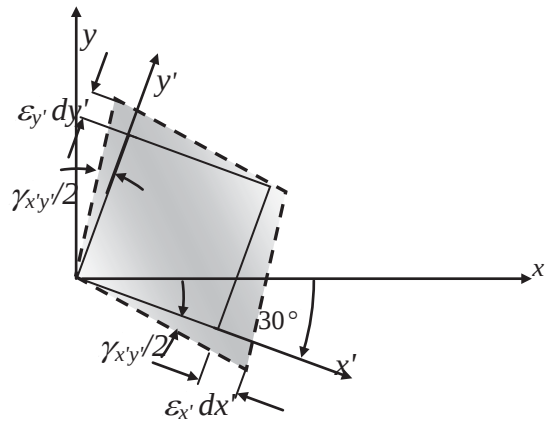
$$\varepsilon_y' = \left[\frac{200+180}{2} - \frac{200-180}{2} \cos(-60^\circ) - \frac{300}{2} \sin(-60^\circ) \right] \cdot 10^{-6}$$

$$\varepsilon_y' = 55,1 \cdot 10^{-6}$$

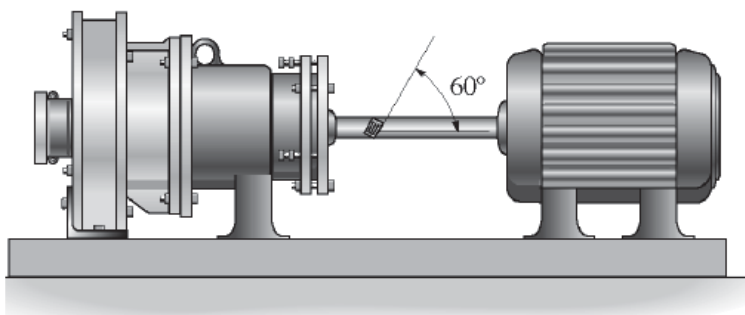
$$\frac{\gamma_{x'y'}}{2} = -\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cos 2\theta$$

$$\frac{\gamma_{x'y'}}{2} = \left[-\frac{200+180}{2} \sin(-60^\circ) + \frac{-300}{2} \cos(-60^\circ) \right] \cdot 10^{-6}$$

$$\gamma_{x'y'} = -133 \cdot 10^{-6}$$

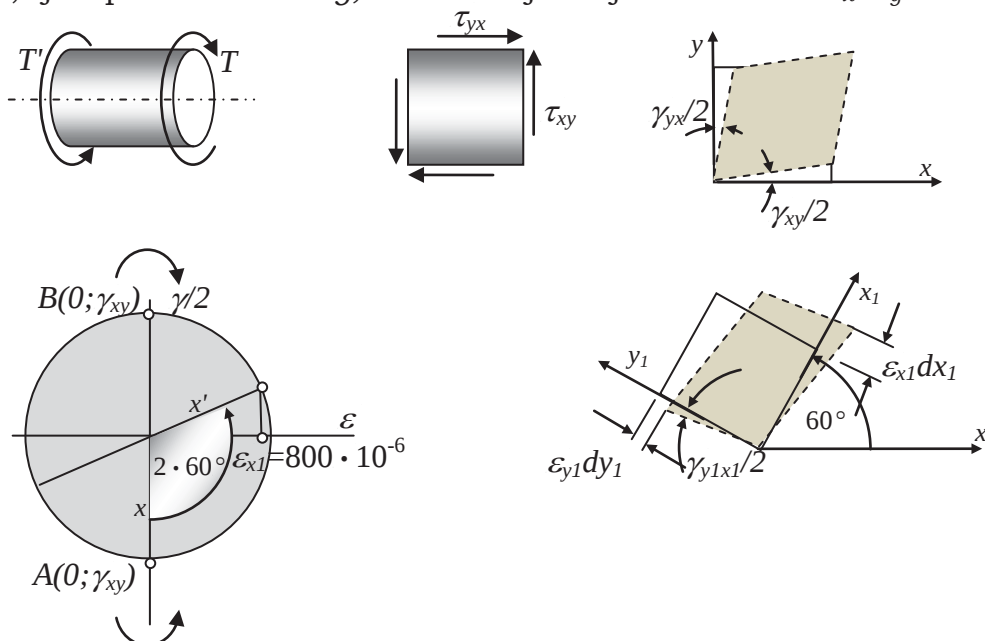


Mjerna traka je pričvršćena na čeličnom vratilu prečnika 26 mm, pod uglom 60° prema osi x . Kada vrtilo rotira sa $n=1760\text{ obr/min}$, koristeći klizni prsten očitavanje mjerne trake pokazuje deformaciju $\varepsilon_{x1}=800 \cdot 10^{-6}$. Odrediti snagu motora. Pretpostaviti da na vrtilo djeluje samo momenat uvijanja.



Rješenje:

Kod vratila koje je opterećeno samo na uvijanje, u pravcu ose vratila i okomito, tj. u pravcu osa x i y , deformacije su jednake nuli: $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$



Linijaska deformacija u pravcu ose x_1 određuje se po formuli:

$$\varepsilon_{x1} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

$$800 \cdot 10^{-6} = 0 + 0 + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 120^\circ$$

$$\gamma_{xy} = 1848 \cdot 10^{-6}$$

Tangencijalni napon uvijanja u vratilu, na osnovu ugaone deformacije γ_{xy} i modula klizanja G je:

$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} = 80000 \text{ MPa} \cdot 1,848 \cdot 10^{-3} = 147,84 \text{ MPa}$$

Tangencijalni napon uvijanja u vratilu, preko momenta uvijanja T i polarnog otpornog momenta W_0 je:

$$\tau = \frac{T}{W_0}$$

$$147,84 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \frac{T}{\frac{(26 \text{ mm})^3 \pi}{16}}$$

$$T = 510202 \text{ Nmm} = 510,2 \text{ Nm}$$

Snaga motora je:

$$P = T \cdot \omega = 510,2 \text{ Nm} \cdot 1760 \frac{2\pi}{60\text{s}} = 94034 \text{ W} = 94 \text{ kW}$$